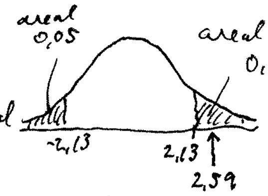
MNFSIB1 2003 V – LØSNINGSFORSLAG

1 (a) $\bar{x} = \Sigma x / n_x = 501/6 = \underline{83{,}5}$, $s_x^2 = \frac{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n_x}{n_x - 1} = \frac{41935 - 501^2/6}{6-1} = 20{,}3$, $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{20{,}3} = \underline{4{,}5}$

$\bar{y} = \Sigma y / n_y = 387/5 = \underline{77{,}4}$, $s_y^2 = \frac{\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2/n_y}{n_y - 1} = \frac{29997 - 387^2/5}{5-1} = 10{,}8$, $s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{10{,}8} = \underline{3{,}3}$

(b) To-utvalgs t-test. Utvalgene må være tilfeldige og uavhengige. Populasjonene må være normalfordelte (mer presist: vekta til en tilfeldig trukket angrepsspiller på høyt nivå er normalfordelt, og det samme gjelder vekta til en tilfeldig trukket forsvarsspiller, men muligens en annen normalfordeling). Hvis forventningsverdiene (gjennomsnittsvektene) er μ_x og μ_y for hhv. forsvarsspiller og angrepsspiller, er hypotesene $H_0: \mu_x - \mu_y = 0$, $H_a: \mu_x - \mu_y \neq 0$ (evt. $H_0: \mu_x = \mu_y$, $H_a: \mu_x \neq \mu_y$).

(c) $t^* = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}} = \frac{83{,}5 - 77{,}4}{\sqrt{\frac{20{,}3}{6} + \frac{10{,}8}{5}}} = 2{,}59$. Hvis H_0 er sann, antas t^* å være t-fordelt med $\min(n_x - 1, n_y - 1) = 4$ frihetsgrader (iflg. læreboka). Kritisk verdi $\pm t(4, 0{,}05) = \pm 2{,}13$, forkastningsområde: mindre enn $-2{,}13$ el. større enn $2{,}13$. t^* ligger i forkastningsområdet, og vi forkaster H_0. På 0,10-signifikansnivå har vi grunnlag for å si at forsvarsspillere og angrepsspillere har forskjellig vekt. (Alt.: $P = P(t < -2{,}6 \text{ el. } t > 2{,}6) = 2P(t > 2{,}6) = 2 \cdot 0{,}03 = 0{,}06 < \alpha$.)

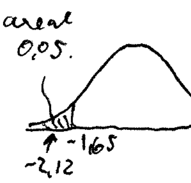


2 (a) Siden normalfordelingen er symmetrisk, er $P(x < \mu) = \underline{1/2}$.

(b) Et 90%-konfidensintervall har grenser $\bar{x} \pm z(\alpha/2)\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 499{,}363 \pm 1{,}65 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 499{,}363 \pm 0{,}495$, dvs. fra 498,9 til 499,9.

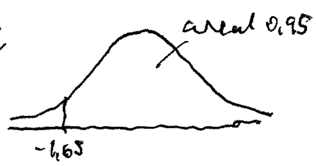
(c) $H_0: \mu = 500$, $H_a: \mu < 500$ (evt. $H_0: \mu \geq 500$).

$z^* = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{499{,}363 - 500}{3/\sqrt{100}} = -2{,}12$. Forkaster H_0 når z^* er liten. $P = P(z < -2{,}12) = P(z > 2{,}12) = 0{,}5 - P(0 < z \leq 2{,}12) = 0{,}5 - 0{,}4830 = \underline{0{,}017} < \alpha$ (tabell 3 brukt), dvs. forkaster H_0. Kritisk verdi $-z(0{,}05) = \underline{-1{,}65}$. Forkastningsområde: mindre enn $-1{,}65$. På 0,05-signifikansnivå har vi grunnlag for å si at flaskene på markedet gjennomsnittlig inneholder mindre enn 500 ml brus.



(d) $z = \frac{\bar{x} - 499{,}4}{0{,}3}$ er standard normalfordelt hvis $\mu = 499{,}4$. Iflg. (c) forkastes H_0 når $\frac{\bar{x} - 500}{0{,}3} < -1{,}65$, dvs. når $\frac{\bar{x} - 499{,}4}{0{,}3} - \frac{0{,}6}{0{,}3} < -1{,}65$, dvs. $z - 2 < -1{,}65$, dvs. $z < 2 - 1{,}65 = 0{,}35$. Sannsynligheten for dette er $P(z < 0{,}35) = 0{,}5 + P(0 < z < 0{,}35) = 0{,}5 + 0{,}1368 = \underline{0{,}6368}$ (tabell 3).

(e) Vi ønsker $P(x > 500) = 0{,}95$. $z = \frac{x - \mu}{3}$ er standard normalfordelt, og vi ønsker altså $P(\frac{x-\mu}{3} > \frac{500-\mu}{3}) = 0{,}95$, dvs. $P(z > \frac{500-\mu}{3}) = 0{,}95$. Dette oppnås når $\frac{500-\mu}{3} = -1{,}65$, dvs. $500 - \mu = -3 \cdot 1{,}65 = -4{,}95$, dvs. $500 = \mu - 4{,}95$, $\mu = 500 + 4{,}95 = \underline{504{,}95}$. Så hvis maskinen stilles inn på 504,95 ml, vil 95% av flaskene inneholde 500 ml eller mer.



3(a) Utfallsrom:

	AB	AC	AD	AE	AF
BA		BC	BD	BE	BF
CA	CB		CD	CE	CF
DA	DB	DC		DE	DF
EA	EB	EC	ED		EF
FA	FB	FC	FD	FE	

(b) Hendelsen "B angriper C" har 1 enkeltutfall, BC. Utfallsrommet består av 30 enkeltutfall. Siden utfallsrommet er uniformt, er da sannsynligheten for at neste angrep er at B angriper C $1/30$.
Hendelsen "neste barn som angriper er B" har 5 enkeltutfall, BA, BC, BD, BE og BF. Sannsynligheten for denne hendelsen er $5/30 = 1/6$.

(c) (1) "Jente angriper gutt" har 8 enkeltutfall (AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF), og sannsynligheten er $8/30 = 4/15$.

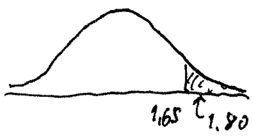
(2) "Jente angriper jente" har 2 enkeltutfall (AB og BA), og sannsynligheten er $2/30 = 1/15$.

(3) "Gutt angriper gutt" har 12 enkeltutfall (CD, CE, CF, DC, DE, DF, EC, ED, EF, FC, FD, FE), og sannsynligheten er $12/30 = 6/15 = 2/5$.

(4) "Gutt angriper jente" har 8 enkeltutfall (CA, CB, DA, DB, EA, EB, FA, FB), og sannsynligheten er $8/30 = 4/15$.

(d) [Fra (c): P(angrep rettet mot motsatt kjønn) = P("jente angr. gutt" el. "gutt angr. jente") = P(jente angr. gutt) + P(gutt angr. jente) $= 4/15 + 4/15 = 8/15$.]

$H_0: p = 8/15$, $H_a: p > 8/15$. Hvis nullhypotesen er riktig, er antall angrep som rettes mot barn av motsatt kjønn binomisk fordelt med $n = 72$, $p = 8/15 = 0{,}533$. $p' = 46/72 = 0{,}639$. $z^* = \frac{p'-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} = \frac{0{,}639 - 0{,}533}{\sqrt{0{,}533 \cdot 0{,}467/72}}$
$= 1{,}80$. Forkaster H_0 når z^* er stor. Kritisk verdi: 1,65.
z^* er i forkastningsområdet, og vi forkaster H_0.



På 0,05-signifikansnivå har vi grunnlag for å si at sannsynligheten for at et angrep er rettet mot et barn av motsatt kjønn er større enn $8/15$.
(Alt.: $P = P(z > 1{,}80) = 0{,}5 - 0{,}4641 = 0{,}0359 < \alpha$.)