

Obligatorisk Øving II

Dette er et løsningsforslag ikke en fasit.

Hilsen Øvingsterene

8.142.

Inferens om μ der σ er kjent.

$$\mu = 300 \text{ lb}$$

$$\sigma = 24 \text{ lb}$$

a) Hypoteser:

$$H_0: \mu = 300$$

$$H_1: \mu < 300$$

b) $n = 45$, $\bar{x} = 295$.

$$Z^* = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{295 - 300}{24 / \sqrt{45}} = \frac{-5}{3.577} = -1.397 \approx \underline{\underline{-1.40}}$$

P-verdi:

Tabell 3: Finn arealet for $z^* = 1,40$. $\rightarrow 0,4192$

P-verdi: $P(z < z^*) = P(z < -1,40)$

$$P(z > 1,40) = 0,5000 - 0,4192 = \underline{0,0808}$$

R

P-verdi = $0,0808 > \alpha 0,01$

P-verdien er større en $\alpha 0,01$, derfor
unnlater vi å forkaste H_0 . (Beholder H_0 .)

c) $\alpha = 0,01$

$n = 45$

$z(\alpha) = -2,33$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = -2,33 = \frac{\bar{x} - 300}{24 / \sqrt{45}} =$$

$$-2,33 \cdot \frac{24}{\sqrt{45}} = \bar{x} - 300$$

$$-8,336 = \bar{x} - 300$$

$$-8,336 + 300 = \bar{x}$$

$$291,664 = \bar{x}$$

$$\underline{\underline{291,7 = \bar{x}}}$$

R

Kapittel 9: inferens om en populasjon.

9.132)

$$n = 50$$

$$\alpha = 0,01$$

utvalg: $\bar{x} = 61,60$ \$

$$s = 32,46$$
 \$

$$H_0: \mu = 50$$

$$H_1: \mu \geq 50$$

Inferens om μ når σ er ukjent: students-t-test:

$$t^* = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad \text{med df} = n-1$$

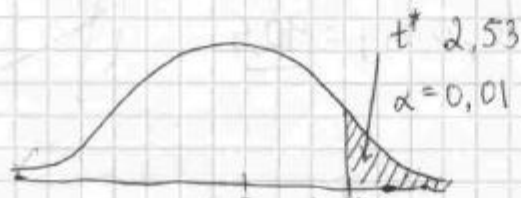
$$t^* = \frac{61,60 - 50}{32,46 / \sqrt{50}} = 2,526 \approx 2,53$$

Klassisk test:

$$df = n-1 = 50-1 = 49$$

$$\alpha = 0,01$$

Tabell 6; Ensidig test. $t(49, 0,01) = 2,42$



Vi forkaster H_0 på sig-niva 0,01.

P-verdi test:

Tabell 7: (les direkte av p-verdien):

$$df = 49, \alpha = 0,01, t^* = 2,50$$

$$\text{P-verdi: } 0,008 < 0,01 \alpha$$

Vi forkaster H_0 siden P-verdien er større enn $\alpha = 0,01$.

R

9.148) Inferens om varians & standardavvik.

Kji kvadrat test.

Iskrembutikk.

populasjon $\sigma = 2,45$ \$ pr sales ticket, $\sigma^2 = 6,0$

sample $s = 2,95$ \$ pr. sales ticket, $s^2 = 8,7$

$$n = 71$$

$$\alpha = 0,05$$

$H_0: \sigma^2 = 6,0$ (variens ikke større 6,0)

$H_1: \sigma^2 > 6,0$ (variens større enn 6,0)

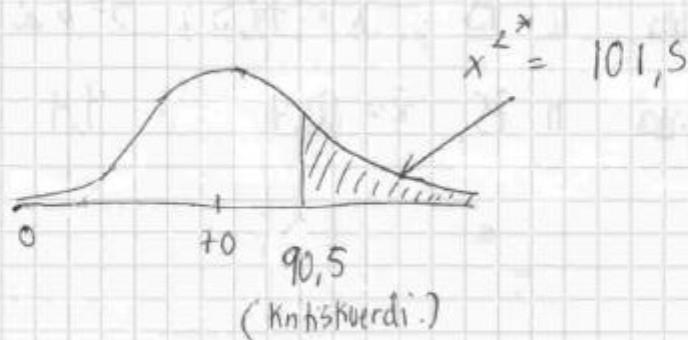
$$x^{2*} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(70) \cdot (8,7)}{6,0} = 101,5$$

$$\text{Tabell 8: } x^2(df, \alpha) = x^2(70, 0,05) = 90,5$$

R

Klassisk test:

$$\chi^2(70, 0,05) = \underline{90,5}$$



Vi forkaster H_0 på et signifikansenivå på 0,05. Testobservatoren $\chi^2^* 101,5$ begynner seg i forkastningsområdet og er større en kritiskverdi 90,5.

R

10.118)

P_1 = College graduates : $n = 75$; $\bar{x} = 77,5$; $s = 6,2$

P_2 = High school grad : $n = 75$; $\bar{x} = 80,4$; $s = 9,4$

$$\alpha = 0,05$$

inferens angående gj.snitt (μ) av to uavhengige utvalg :

Hypoteser:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

$$t^* = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$t^* = \frac{(77,5 - 80,4) - (0 - 0)}{\sqrt{\left(\frac{6,2^2}{75}\right) + \left(\frac{9,4^2}{75}\right)}} =$$

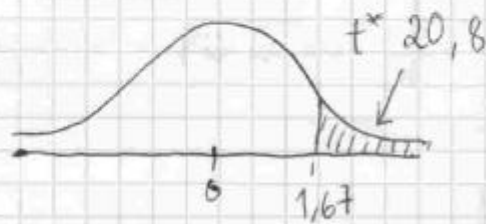
$$t^* = \frac{27,1}{\sqrt{1,690}} = 20,76 \approx 20,84 \quad \times$$

Klassisk test - t-test:

Tabell 6: Finn kritisk verdi:

$$t(df, \alpha) = t(74, 0,05) = 1,67$$

Enhølet test.



Vi forkaster H_0 på signifikansnivå 0,05. Testobservatoren 20,8 befinner seg i forkastningsområdet og er større enn kritisk verdi 1,67.

10.126) Inferens om p.

95% konfidensintervall för $p_1 - p_2$.

Manufacturer	Sample size	Proportion needing service.
1	75	0.15
2	75	0.09

Formel: Konfidensintervall:

$$(p_1' - p_2') \pm z(\alpha/2) \sqrt{\left(\frac{p_1' q_1'}{n_1}\right) + \left(\frac{p_2' q_2'}{n_2}\right)}$$
$$(p_1' - p_2') \pm z(\alpha/2) \sqrt{\left(\frac{p_1' q_1'}{n_1}\right) + \left(\frac{p_2' q_2'}{n_2}\right)}$$

$$z(\alpha/2) \pm 1,96$$

$$p_1' = 0.15$$

$$p_2' = 0.09$$

$$q_1' = 0.85$$

$$q_2' = 0.91$$

$$E = (0,15 - 0,09) \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,15 \cdot 0,85}{75} + \frac{0,09 \cdot 0,9}{75}}$$

$$0,06 \pm 0,1035$$

Øvre nedre konfidensintervall:

$$0,06 \pm 0,1035 = \underline{0,1635}$$

$$0,06 - 0,1035 = \underline{-0,0435}$$

[Fra -0,0435 til 0,1635]

Kapittel 11

11.44.)

Hypoteser:

$H_0: \mu = 160$ og $\sigma = 15$. (vekten er normalfordelt med parameter $\mu = 160$ og $\sigma = 15$.)

$H_1: \mu \neq 160$ og $\sigma \neq 15$ (vekten er ikke normalfordelt m. parameter $\mu = 160$ og $\sigma = 15$.)

Vekt	O	% - O	% - E	E
$x < 130$	7	2,33	2.28	$\frac{2.28 \cdot 300}{100} = 6,84$
$130 \leq x < 145$	38	12,66	13.59	$\frac{13.59 \cdot 300}{100} = 40,77$
$145 \leq x < 160$	100	33,33	34.13	$\frac{34.13 \cdot 300}{100} = 102,39$
$160 \leq x < 175$	102	34	34.13	$\frac{34.13 \cdot 300}{100} = 102,39$
$175 \leq x < 190$	40	13,33	13.59	$\frac{13.59 \cdot 300}{100} = 40,77$
190 og over	13	4,33	2.28	$\frac{2.28 \cdot 300}{100} = 6,84$
Total	300	100	100,2	

$$n = 300$$

$$\mu = 160$$

$$\sigma = 15$$

O	E	O-E	$\frac{(O-E)^2}{E}$
7	6,84	0,16	0,0037
38	40,77	-2,77	0,1882
100	102,4	-2,4	0,0749
102	102,4	-0,4	0,0015
40	40,77	-0,77	0,0145
13	6,84	6,16	5,5476

$$\sum = 5,818 \approx 5,8$$

$$\sum \frac{(O-E)^2}{E} = 5,8$$

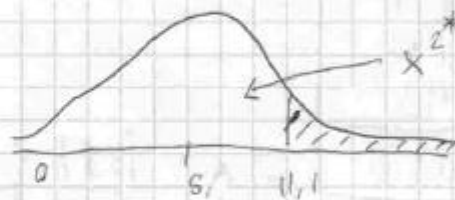
$$df = 6 - 1 = 5$$

$$\alpha = 0,025$$

Klassisk test: Kji kvadrat test.

Tabell 8:

$$\chi^2(df, \alpha) = \chi^2(5, 0,05) = 11,1$$



$x^2^* 5,8$ Unnlater a forkaste flo.

Vi unnlater a forkaste flo pa et signifikansenivaa pa 0,05. testobservasjonen pa 5,8 befinner seg ikke i forkastningsomradet.

P-verdi: Tabell 8: $df=5$, $\chi^2=5,8$ Finner grensene:

$0,25 < P < 0,50$: $\times 0,05 \alpha$

P-verdien $> \alpha 0,05$

Unnlater å forkaste H_0 . $\mathbb{R}$

Kapittel 12

12.42)

ANOVA:

$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 = \mu_7$

H_1 : Det er minst en forskjelli gj.snitt

A	B	C	D	E	F
300	190	228	276	162	264
300	164	300	296	175	168
300	238	268	62	157	254
260	200	280	300	262	216
300	221	300	230	200	257
261	152	300	175	256	183
300	156	300	211	92	93
2021	1301	1976	1550	1304	1435

$\bar{x} = 9587$ $\mathbb{R}$

Middelverdi:

$$\bar{x}_1 = \frac{2021}{7} = 288,7; \bar{x}_2 = \frac{1301}{7} = 185,857; \bar{x}_3 = \frac{1976}{7} = 282,285$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1550}{7} = 221,428; \bar{x}_5 = \frac{1304}{7} = 186,285; \bar{x}_6 = \frac{1435}{7} = 205,00$$

$$\sum(x^2) = 585721 + 250241 + 562208 + 385682 + 264162 + 217279 = \underline{2365293}$$

$$SS(\text{total}) = \sum(x^2) - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$SS(\text{total}) = 2365293 - \frac{(9587)^2}{42} = \underline{176946,119} \quad \checkmark$$

$$SS(\text{faktor}) = \left(\frac{C_1^2}{K_1} + \frac{C_2^2}{K_2} + \frac{C_3^2}{K_3} + \dots \right) - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$SS(\text{faktor}) = \left(\frac{2021^2}{7} + \frac{1301^2}{7} + \frac{1976^2}{7} + \frac{1850^2}{7} + \frac{1304^2}{7} + \frac{1435^2}{7} \right) - \frac{(9587)^2}{42} =$$

$$2263394,143 - 2188346,881 = \underline{75047,262} \quad \checkmark$$

$$SS(\text{gal}) = \sum(x^2) - \left(\frac{C_1^2}{K_1} + \frac{C_2^2}{K_2} + \frac{C_3^2}{K_3} + \dots \right)$$

$$SS(\text{gal}) = 2365293 - 2263394,143 = \underline{101898,857} \quad \checkmark$$

SS:

df:

$SS(\text{faktor}) = 75047,26$	$c - 1 = 6 - 1 = 5$
$+ SS(\text{gal}) = 101898,857$	$n - c = 42 - 6 = 36$
$SS(\text{total}) = 176946,117$	$n - 1 = 42 - 1 = 41$

$$SS(\text{faktor}) + SS(\text{gal}) = SS(\text{total}) = 75047,26 + 101898,85 = \underline{176946,117}$$

$$MS(\text{faktor}) = \frac{SS(\text{faktor})}{df(\text{faktor})} = \frac{70047,26}{5} = 14009,45$$

$$MS(\text{feil}) = \frac{SS(\text{feil})}{df(\text{feil})} = \frac{101898,857}{36} = 2830,52$$

MS:	df	SS
MS(faktor) = 14009,45	5	70047,26
+ MS(feil) = 2830,52	36	101898,857
MS(total) = 17839,97	41	176946,117

$$F^* = \frac{MS(\text{faktor})}{MS(\text{feil})} = \frac{14009,45}{2830,52} = 5,30$$

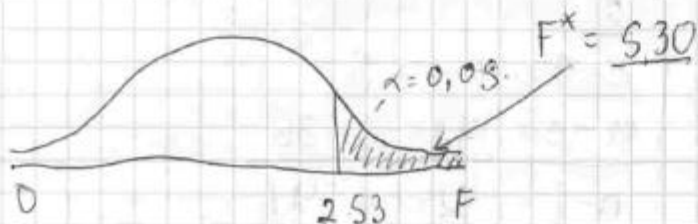
Klassisk test: F-test:

$$df_n = 5, df_d = 36$$

(faktor) (feil)

Tabell: $q_\alpha : F(df_n, df_d, \alpha) =$

$$F(5, 36, 0,05) = 2,53$$



Vi forkaster H_0 på signifikansnivå på 0,05. Teststatistikk $F^* 5,30$ ligger i forkastningsområdet.

P-verdi:

Tabell 9(c): ? Du ser at P-verdien ligger i et høyere kvanthilnivå enn $\alpha=0.01$
Forkast H_0 ~ ~

Kapittel 13: Regresjonsanalyse

13.69)

X	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
Y	3,8	3,2	2,9	2,4	2,3
	3,5	3,4	2,6	2,5	2,2
	3,8	3,3	2,7	2,7	2,3
		3,6	3,2	2,3	

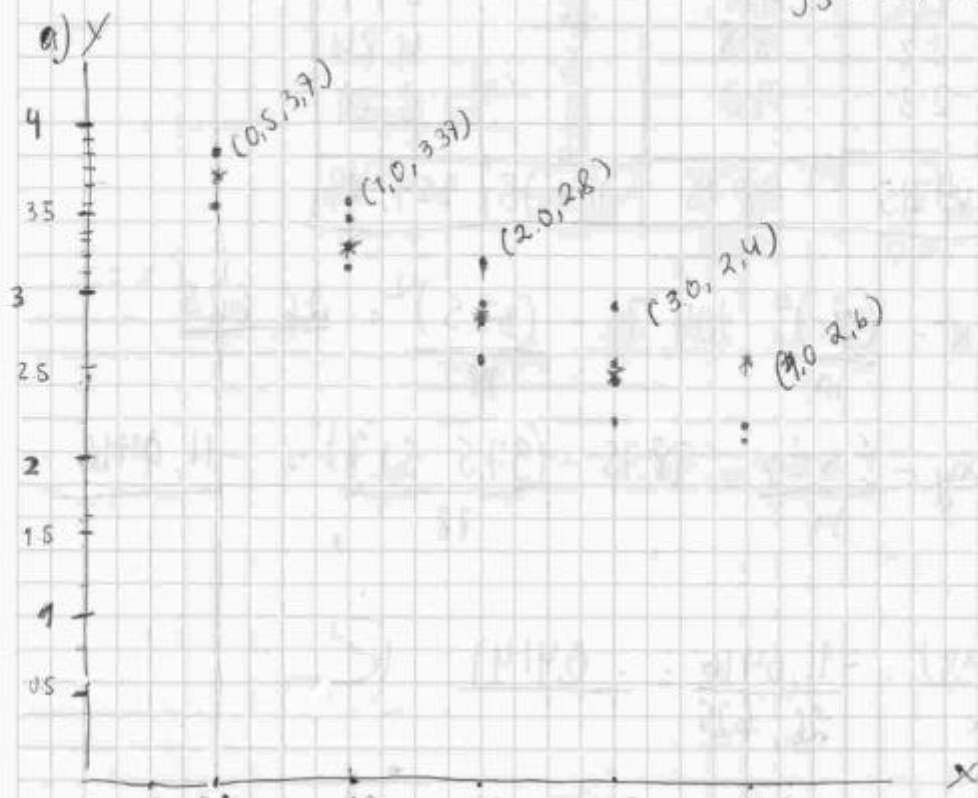
$$\bar{y}_1 = 3,7$$

$$\bar{y}_2 = 3,375$$

$$\bar{y}_3 = 2,85$$

$$\bar{y}_4 = 2,475$$

$$\bar{y}_5 = 2,66$$



x	y	xy	x ²	y ²
0.5	3.8	1.9	0.25	14.44
0.5	3.5	1.75	0.25	12.25
0.5	3.8	1.9	0.25	14.44
1.0	3.2	3.2	1	10.24
1.0	3.4	3.4	1	11.56
1.0	3.3	3.3	1	10.89
1.0	3.6	3.6	1	12.96
2.0	2.9	5.8	4	8.41
2.0	2.6	5.2	4	6.76
2.0	2.7	5.4	4	7.29
2.0	3.2	6.4	4	10.24
3.0	2.4	7.2	9	5.76
3.0	2.5	7.5	9	6.25
3.0	2.7	8.1	9	7.29
3.0	2.3	6.9	9	5.29
4.0	2.3	9.2	16	5.29
4.0	2.2	8.8	16	4.84
4.0	2.3	9.2	16	5.29
Total: 37.5	52.7	98.75	104.75	159.49

$$SS(x) = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 104.75 - \frac{(37.5)^2}{18} = 26.625$$

$$SS(xy) = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 98.75 - \frac{(37.5 \cdot 52.7)}{18} = -11.0416$$

$$b_1 = \frac{SS(xy)}{SS(x)} = \frac{-11.0416}{26.625} = -0.4147 \quad R$$

$$b_0 = \frac{\sum y - (b_1 \sum x)}{n}$$

$$\frac{52,7 - (-0,4147 \cdot 37,5)}{18} = \underline{3,791}$$

line of best fit:

$$g = 3,791 + 0,4147x$$

$$s_e^2 = \frac{(\sum y^2) - (b_0)(\sum y) - (b_1)(\sum xy)}{n-2}$$

$$s_e^2 = \frac{(159,49) - (3,791) \cdot (52,7) - (-0,4147) \cdot (98,75)}{18-2} =$$

$$s_e^2 = \underline{0,0461}$$

$$s_e = \sqrt{0,0461} = \underline{0,21480}$$

f) 95% Konfidenzintervall für β_1

$$b_1 \pm t(n-2, \alpha/2) \cdot s_{b_1}$$

$$n = 18$$

$$\alpha = 0,05, \quad 0,05 : 2 = 0,025$$

$$s_{b_1}^2 = \frac{se^2}{\frac{\sum x^2 - (\sum x)^2}{n}} =$$

$$s_{b_1}^2 = \frac{0,0461}{\frac{104,75 - (37,5)^2}{18}} = \frac{0,0461}{26,025} = 0,00173 \quad R$$

$$E = t(n-2, \alpha/2) \cdot s_{b_1}$$

$$E = 2,12 \sqrt{0,00173} = 0,08817773$$

$$t(16, 0,025) = 2,12$$

laxe & øvre konfidenzintervall:

$$b_1 + E, \quad b_1 - E$$

$$-0,4147 + 0,08817773 = -0,32$$

$$-0,4147 - 0,08817773 = -0,50$$

$$I = -0,32 - -0,50 \quad R$$

g) Konfidenzintervall; 95% für $x = 3,0$

$$\underbrace{b_0 + b_1 x_0}_{\hat{y}} \pm t(n-2, \alpha/2) \cdot s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{SS(x)}}$$

$$3,791 - 0,4147 \cdot 3 \pm 2,12 \cdot 0,21480 \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{(3 - 2,08)^2}{26,62}}$$

$$2,5469 \pm 2,12 \cdot 0,2148 \cdot 0,2951918715 =$$

$$2,5469 \pm 0,1344$$

$$\underline{\underline{[2,42 \text{ til } 2,68]}}$$

R

Konfidenzintervall für $\bar{y}$, $x = 3,5$

$$b_0 + b_1 x_0 \pm t(n-2, \alpha/2) \cdot s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{SS(x)}}$$

$$3,79 - 0,4147 \cdot 3,5 \pm 2,12 \cdot 0,2148 \cdot \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{(3,5 - 2,083)^2}{26,625}}$$

$$2,339 \pm (2,12 \cdot 0,2148 \cdot 0,3618967) =$$

$$2,339 \pm 0,16479$$

$$\underline{[2,18 \text{ to } 2,50]} \quad \checkmark$$

b) 95% prediksjonsintervall for (individuell) y med
 $x = 3,0$

$$y_{x_0} = b_0 + b_1 x_0 \pm t(n-2, \alpha/2) \cdot se \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{SSC_x}}$$

$$\hat{y} = 3,791 - 0,4147 \cdot 3 = 2,5469$$

$$t(16, 0,025) = 2,12 \quad se = 0,21480$$

$$1 + \frac{1}{18} + \frac{(3 - 2,083)^2}{26,625} = 1,042659216$$

$$2,5469 \pm 2,12 \cdot 0,21480 \cdot 1,042659216$$

$$2,5469 \pm 0,4748019$$

$$\underline{[2,08 \text{ til } 3,02]} \quad \checkmark$$

prediktionsintervall (95%) av y med $x = 3,5$

$$\hat{y} = 3,791 - 0,4147 \cdot 3,5 = 2,339$$

$$t(16, 0,025) = 2,12$$

$$se = 0,21480$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{18} + \frac{(3,5 - 2,083)^2}{26,025}} = 1,06347$$

$$2,339 \pm 2,12 \cdot 0,21480 \cdot 1,06347$$

$$2,339 \pm 0,48428$$

$$\underline{[1,85 \text{ till } 2,81]}$$

χ^2