Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Institutt for matematiske fag

Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0301 Elementær diskret matematikk

Tysdag 1. juni 2010 kl. 9–13

Hjelpemidler: Ingen trykte eller skrivne hjelpemiddel tillatne. Kalkulator HP 30s eller Citizen SR-270X

Sensur: 22. juni 2010

I vurderinga tel kvar av dei ti oppgåvene likt.

I tillegg til avsluttande eksamen tel midtsemesterprøve med 20 % dersom dette er til føremon for kandidaten.

Om ikkje anna er sagt, **skal alle svar grunngjevast** (til døme ved at mellomrekning blir teke med eller ved tilvising til teori eller døme frå pensum).

Oppgåve 1

På kor mange måtar er det mogleg å fylle ut ein tabell med 2 rader og 3 kolonnar med heiltal større enn eller lik 0 slik at summen av tala i første rada er 5 og summen av tala i andre rada er 6? Her er to ulike døme på slike tabellar:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{array}$$

Oppgåve 2

Er $((p \to r) \wedge (\neg q \to p) \wedge \neg r) \to q$ ein tautologi?

Oppgåve 3

La $A_i = \{k \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq k \leq i\}$, det vil seie $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{1, 2\}$, $A_3 = \{1, 2, 3\}, \ldots$. Finn $\bigcup_{i=2}^{8} A_i$, $\bigcap_{i=2}^{8} A_i$, $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ og $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$,

Oppgåve 4

Vis *ved induksjon* at alle mengder av kardinalitet n (det vil seie at mengda har n element), der n er eit positivt heiltal, har 2^n ulike delmengder.

Oppgåve 5

La $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ og $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Funksjonen $f \colon A \to B$ er definert ved at $f(x) = \lfloor 5x/4 \rfloor$ for alle $x \in A$ ($\lfloor y \rfloor$ er største heiltalet mindre enn eller lik y). Er f éineintydig (injektiv)? Er f *på* B (surjektiv)?

Oppgåve 6

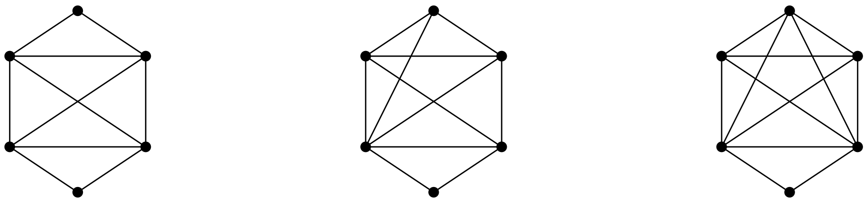
Gitt språket $A = \{1,\ 00\}$. Finn A^n for $n = 0$, 1, 2 og 3.

Oppgåve 7

Gitt relasjonen $\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a = b \text{ eller } a = -b\}$ på $\mathbb{Z}$. Avgjer om $\mathcal{R}$ er refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk og/eller transitiv. Finn ekvivalensklassane til $\mathcal{R}$ dersom $\mathcal{R}$ er ein ekvivalensrelasjon.

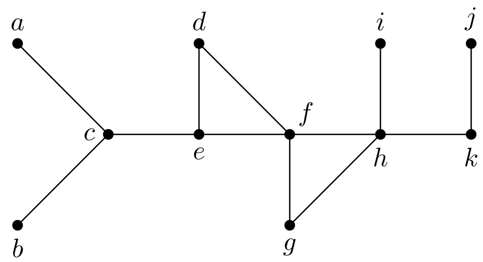
Oppgåve 8

Avgjer kva for nokre av dei tre grafane (om nokon) som er planare (hjørna er dei markerte punkta).



Oppgåve 9

Finn eit utspennande tre for grafen ved djupn-først-søk. Ordninga av hjørna er alfabetisk. Start med hjørne a. Svaret skal ikkje grunngjevast, men hjørna skal namngjes med same namna som nedafor.



Oppgåve 10

Finn kortaste vegen frå a til f og lengda av denne ved å bruke Dijkstras algoritme. Svaret skal ikkje grunngjevast, men alle merka som blir sette ved hjørna skal oppgjevast (frå venstre til høgre eller ovanfrå og ned for kvart hjørne).