



Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0002 Brukarkurs i matematikk B

Tirsdag 24. mai 2005

Kl. 9–13

Hjelpemiddel: Alle trykte og skrivne hjelpemiddel, éin lommereknar
Sensur: 14. juni 2005

Avsluttende eksamen består av to delar:

1. Oppgåvene på neste sida.
2. Vedlegg med fleirvalsprøve.

Vedlegget skal leverast i utfylt stand saman med svaret for del (1). Ved vurderinga av avsluttande eksamen tel del (1) og (2) likt.

I tillegg til avsluttande eksamen tel midtsemesterprøva med 20 % dersom dette er til føremon for kandidaten.

I vurderingen av del (1) (neste sida) tel kvart bokstavpunkt likt.

I del (1) skal alle svara grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med eller ved tilvising til teori). Reine kalkulatorsvar eller tabelloppslag blir ikkje godtekne.

Oppgåve 1

På ein biologisk forskningsstasjon er det bygd opp ein kunstig terrengformasjon. På eit kvadrat på 30×30 meter er høgda av terrenget målt i meter (frå eit referansenivå) $f(x, y) = 81/(27 + x^2 + y^2)$, der x og y er koordinatane målt i meter, $-15 \leq x \leq 15$, $-15 \leq y \leq 15$.

- a) Skisser nivåkurver til f svarande til høgdene 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5 og 3 meter.
- b) Finn gradienten til f . I kva for ein retning frå punktet $(5, 10)$ er hellinga nedover størst?
- c) Kva er største og minste høgde av terrenget på kvadratet $-15 \leq x \leq 15$, $-15 \leq y \leq 15$?
- d) (Vanskeleg.) Vi ser på eit punkt t meter frå midten av kvadratet. Kva er maksimal helling i dette punktet? I kva avstand frå midten av kvadratet er maksimal helling størst, og kva er høgda der?

Oppgåve 2

- a) Finn eigenverdiane og eigenvektorane til matrisen

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

- b) Finn likevektspunktet for differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} (*) \quad dx/dt &= 6x - 2y - 8 \\ dy/dt &= 4x - 3y + 3. \end{aligned}$$

Er likevektspunktet stabilt eller ustabilt?

- c) Finn generell løysing av differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} dX/dt &= 6X - 2Y \\ dY/dt &= 4X - 3Y. \end{aligned}$$

- d) Generell løysing av differensiallikningssystemet $(*)$ frå punkt **b** er $x = X + a$ og $y = Y + b$, der (a, b) er likevektspunktet for $(*)$ (du treng ikkje vise dette). Finn den spesielle løysinga av $(*)$ som tilfredsstiller $x = 4$ og $y = 2$ når $t = 0$.