



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0002 Brukerkurs i matematikk B

Tirsdag 24. mai 2005

Kl. 9–13

Hjelpemidler: Alle trykte og skrevne hjelpemidler, én lommeregner

Sensur: 14. juni 2005

Avsluttende eksamen består av to deler:

1. Oppgavene på neste side.
2. Vedlegg med flervalgsprøve.

Vedlegget skal leveres i utfylt stand sammen med besvarelsen for del (1). Ved vurderingen av avsluttende eksamen teller del (1) og (2) likt.

I tillegg til avsluttende eksamen teller midtsemesterprøve med 20 % hvis dette er til fordel for kandidaten.

I vurderingen av del (1) (neste side) teller hvert bokstavpunkt likt.

I del (1) skal alle svar begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori). Reine kalkulatorsvar eller tabelloppslag godtas ikke.

Oppgave 1

På en biologisk forskningsstasjon er det bygd opp en kunstig terrengformasjon. På et kvadrat på 30×30 meter er høyden av terrenget målt i meter (fra et referansenivå) $f(x, y) = 81/(27 + x^2 + y^2)$, der x og y er koordinatene målt i meter, $-15 \leq x \leq 15$, $-15 \leq y \leq 15$.

- a) Skisser nivåkurver til f svarende til høydene 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5 og 3 meter.
- b) Finn gradienten til f . I hvilken retning fra punktet $(5, 10)$ er helningen nedover størst?
- c) Hva er største og minste høyde av terrenget på kvadratet $-15 \leq x \leq 15$, $-15 \leq y \leq 15$?
- d) (Vanskelig.) Gitt et punkt t meter fra midten av kvadratet. Hva er maksimal helning i dette punktet? I hvilken avstand fra midten av kvadratet er maksimal helning størst, og hva er høyden der?

Oppgave 2

- a) Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

- b) Finn likevektspunktet for differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} (*) \quad dx/dt &= 6x - 2y - 8 \\ dy/dt &= 4x - 3y + 3. \end{aligned}$$

Er likevektspunktet stabilt eller ustabilt?

- c) Finn generell løsning av differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} dX/dt &= 6X - 2Y \\ dY/dt &= 4X - 3Y. \end{aligned}$$

- d) Generell løsning av differensiallikningssystemet $(*)$ fra punkt **b** er $x = X + a$ og $y = Y + b$, der (a, b) er likevektspunktet for $(*)$ (du trenger ikke vise dette). Finn den spesielle løsningen av $(*)$ som tilfredsstiller $x = 4$ og $y = 2$ når $t = 0$.