



Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0002 Brukarkurs i matematikk B

Torsdag 13. mai 2004

Kl. 9–13

Hjelpemiddel: Alle trykte og skrivne hjelpemiddel, éin lommereknar
Sensur: 3. juni 2004

Oppgåvene til avsluttande eksamen består av to delar:

1. Oppgåvene på dei neste sidene.
2. Vedlegg med fleirvalsprøve.

Vedlegget skal leverast i utfylt stand saman med svaret for del (1). Ved vurderinga av avsluttande eksamen tel del (1) og (2) likt.

I tillegg til avsluttande eksamen tel midtsemesterprøva med 20 % dersom dette er til føremon for kandidaten.

I vurderinga av del (1) (dei neste sidene) tel kvart bokstavpunkt likt.

I del (1) skal alle svara grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med). Reine kalkulatorsvar blir ikkje godtekne.

Oppgåve 1

- a) Finn eigenverdiane til

$$M = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,5 \\ 0,1 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

- b) Finn ein eigenvektor for kvar av eigenverdiane.

Ein maurkoloni har fordelt seg på to tuer, A og B . Til kvar tid vil 90 % av maurane som sist overnatta i tue A overnatte der neste natta òg, medan 10 % av dei held til i tue B neste natta. Av maurane som sist overnatta i tue B , flyttar 50 % over til tue A neste natta, medan 50 % blir verande i tue B .

La x_n vere talet på maur som overnattar i tue A og y_n talet på maur som overnattar i tue B natt nr. n , der $n \geq 0$ er eit heiltal.

- c) Forklar kvifor

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{bmatrix}$$

for alle heiltal $n \geq 1$.

Uttrykk $\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$ ved hjelp av M , n og $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$.

La $x_0 = 18\,000$ og $y_0 = 6\,000$.

- d) Uttrykk
- x_n
- og
- y_n
- berre ved hjelp av
- n
- . Korleis blir fordelinga av maur på dei to tuene etter mange netter?

Oppgåve 2

Eit meieri skal starte produksjon av ein ny ostetype. Osten skal ha form som eit blautkake-stykke. Topp- og bunnflata er altså ein sirkelsektor. La x vere vinkelen i sirkelsektoren (målt i radianar), og la r vere radien (lengda av sidekanten) av sirkelsektoren og h høgda av osten (begge målt i dm).

- a) Argumenter for at osten har volum

$$\frac{x}{2\pi} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{2} x r^2 h$$

(målt i dm^3 , altså liter) og overflateareal

$$\frac{x}{2\pi} \cdot \pi r^2 \cdot 2 + \frac{x}{2\pi} \cdot 2\pi r \cdot h + rh \cdot 2 = x r^2 + x r h + 2 r h$$

(målt i dm^2).

Teikn ein enkel skisse av osten.

Det blir bestemt at osten skal ha volum 1 liter, dvs. $x r^2 h / 2 = 1$.

- b) Vis at overflatearealet er

$$f(x, r) = x r^2 + \frac{2}{r} + \frac{4}{x r}$$

når volumet er lik 1.

Rekn ut dei partielle deriverte f_x og f_r .

- c) Har f noko absolutt maksimum i området $0 < x < 2\pi$, $r > 0$?

Meieriet ønskjer å ha minst mogleg overflate på osten for å ha minst mogleg fare for mugg-danning.

- d) Finn x og r slik at osten (som har volum 1 liter) får minst mogleg overflateareal. Kva blir h og overflatearealet? Det er gjeve at f verkeleg har eit absolutt minimum i området $0 < x < 2\pi$, $r > 0$.