



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0002 Brukerkurs i matematikk B

Onsdag 8. desember 2004

Kl. 9–13

Hjelpemidler: Alle trykte og skrevne hjelpemidler, én lommeregner

Sensur: 29. desember 2004

Oppgavene til avsluttende eksamen består av to deler:

1. Oppgavene på de neste sidene.
2. Vedlegg med flervalgsprøve.

Vedlegget skal leveres i utfylt stand sammen med besvarelsen for del (1). Ved vurderingen av avsluttende eksamen teller del (1) og (2) likt.

I tillegg til avsluttende eksamen teller midtsemesterprøve med 20 % hvis dette er til fordel for kandidaten.

I vurderingen av del (1) (de neste sidene) teller hvert bokstavpunkt likt.

I del (1) skal alle svar begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori). Reine kalkulatorsvar eller tabelloppslag godtas ikke.

Oppgave 1

- a) Finn egenverdiene til

$$A = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0,9 & 0 \end{bmatrix}.$$

- b) Finn en egenvektor for hver av egenverdiene.

En insektpopulasjon består av juvenile insekter (i sitt første leveår) og voksne insekter (i sitt andre leveår). Første juli hvert år er det slik at antall juvenile neste år på samme dato utgjør 60 % av årets juvenile pluss 80 % av årets voksne, mens antall voksne neste år på samme dato utgjør 90 % av årets juvenile.

La x_t og y_t være henholdsvis antall juvenile og voksne første juli år t , der $t \geq 0$ er et heltall.

- c) Forklar hvorfor

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix}$$

for alle heltall $t \geq 1$.

Uttrykk $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}$ ved hjelp av en potens av A og $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$.

La $x_0 = 1\,000$ og $y_0 = 2\,000$.

- d) Hva blir forholdet mellom antall juvenile og antall voksne etter mange år? Hva er populasjonens relative vekstrate i det lange løp?

Oppgave 2

En fabrikk skal lage esker uten lokk. Bunnen er rektangulær, og de fire sideflatene er rektangulære og står vinkelrett på bunnen. La sidekantene i bunnen ha lengde x og y , og la høyden på eska være z – alt målt i desimeter (dm).

- a) Hva blir volumet til eska uttrykt ved x , y og z , og hva blir det samlede arealet av bunn og sideflatene?

Det blir bestemt at eska skal ha volum 4 liter (4 dm^3).

- b) Vis at overflatearealet er

$$f(x, y) = xy + 8 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

når volumet er lik 4.

Regn ut de partielle deriverte f_x og f_y .

- c) Har f noe absolutt maksimum i området $x > 0$, $y > 0$?

Fabrikken ønsker å ha minst mulig overflateareal for å spare kostnader.

- d) Finn x og y slik at eska (som har volum 4 liter) får minst mulig overflateareal. Hva blir z og overflatearealet? Det oppgis at f virkelig har et absolutt minimum i området $x > 0$, $y > 0$.